

# ANALISIS ALIRAN DAYA BERBASIS INJEKSI ARUS DALAM BENTUK VEKTOR

Ahmad Wira Satriawan\*, Lukmanul Hakim, Khairudin

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Lampung

\*Corresponding author, e-mail : [ahmad.satriawan@students.unila.ac.id](mailto:ahmad.satriawan@students.unila.ac.id)

**Abstrak**— Tulisan ini memaparkan hasil penelitian yang telah dilakukan untuk membandingkan metode analisis aliran daya berbasis injeksi arus dalam bentuk vektor dengan format polar dan rektangular. Penelitian ini dilakukan untuk memperoleh metode analisa aliran daya dengan perhitungan yang lebih cepat dan akurat, serta iterasi yang lebih sedikit. Metode iterasi *Newton Raphson* diadopsi dalam penelitian ini dan bahasa pemrograman *Python* serta *library* komputasinya digunakan. Analisis terhadap karakteristik konvergensi dari kedua format dilakukan pada *IEEE 14-bus Test System*. Dari penelitian ini diperoleh hasil bahwa format rektangular lebih unggul dibandingkan format polar untuk kasus yang diteliti.

**Kata kunci** : aliran daya, mismatch injeksi arus, bentuk vektor, format polar, format rektangular

**Abstract**— This paper discusses two different voltage representation models (polar and rectangular coordinates) of power flow analysis based on current injection method in vector form. This thesis conducted to obtained power flow analysis method with a faster and more accurate computation, and less iteration number. Newton-Raphson iteration method was adopted in this work and an in-house software was developed using python programming language and its vector operation-supported libraries. Analysis on convergence characteristics of the two voltage representations was carried out to the IEEE 14-bus test system. Result in this paper reveals that the full rectangular representation is more superior than the polar form for current injection method power flow in this particular case.

**Keywords** : power flow, mismatch current injection, vector form, polar form, rectangular form

Copyright © 2017 JNTE. All rights reserved

## NOTASI

$n$	: Nomor bus
$i$ dan $j$	: notasi bus (from-to)
$V_i, V_i^*$	: Tegangan kompleks dan konjugat tegangan kompleks pada bus $i$
$ V _i, \theta_i$	: magnitud tegangan dan sudut fasa pada bus $i$
$\Delta V_i^2$	: mismatch tegangan pada PV bus $i$
$e, jf$	: Tegangan ril dan imajiner
$Y_{ij}$	: Admitansi jaringan dari bus $i$ ke bus $j$
$S_{inj}$	: Injeksi daya kompleks
$S_{sch} = P_{sch} + jQ_{sch}$	: Skedul daya kompleks
$\Delta I_i$	: mismatch injeksi arus pada bus $i$
$\Delta I_{real}$	: mismatch injeksi arus ril
$\Delta I_{imag}$	: mismatch injeksi arus imajiner

## 1. PENDAHULUAN

Metode Newton Raphson adalah metode iteratif yang efisien untuk menyelesaikan

substitusi persamaan *non-linear*[1]. Pada tahun 1967, Tinney & Clifford[2] membuktikan bahwa metode Newton-Raphson dapat menyelesaikan perhitungan aliran daya dengan cepat dan akurat. Hingga saat ini metode *Newton-Raphson* masih digunakan untuk menyelesaikan persamaan aliran daya pada sistem tenaga listrik.

Seiring perkembangan zaman, metode *Newton Raphson* pada aliran daya telah dikembangkan oleh beberapa peneliti, salah satunya Vander dkk.[3] dengan mengubah persamaan *mismatch* injeksi daya menjadi persamaan *mismatch* injeksi arus, namun masih dalam bentuk konvensional. Persamaan analisa aliran daya dalam bentuk konvensional masih dalam bentuk persamaan yang sangat kompleks dan sulit untuk diubah ke dalam bentuk bahasa pemrograman. Kemudian, beberapa dekade lalu, Alvarado[4] telah mengembangkan metode *Newton Raphson* dalam bentuk vektor berbasis injeksi daya dalam bahasa skript *Matlab*. Implementasi bentuk vektor pada persamaan analisa aliran daya memungkinkan persamaan

menjadi lebih sederhana dan dapat digunakan pada bahasa skript lainnya seperti *python*.

Sebagian besar penelitian perhitungan aliran daya lebih fokus terhadap meminimalisasi nilai *mismatch* daya[2;5] dan *mismatch* arus[3;6] pada setiap iterasi. Pada penelitian Vander dkk.[3], penggunaan *mismatch* injeksi arus dengan *sparse jacobian matrix* pada persamaan aliran daya dapat menyelesaikan perhitungan lebih cepat dibandingkan persamaan aliran daya *Newton Raphson* konvensional.

Pada penelitian ini, metode analisis aliran daya berbasis injeksi arus dalam bentuk vektor merupakan metode yang diajukan. Perhitungan dilakukan dalam dua format, yaitu format rectangular dan format polar terhadap studi kasus *IEEE 14-bus Test Case*[7]. Bentuk vektor dalam perhitungan diimplementasikan dalam format *Python* menggunakan library komputasi seperti *Scipy*[8] dan *Numpy*[9].

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. Model Persamaan Aliran Daya Berbasis Injeksi Arus

Pada umumnya, persamaan aliran daya[1] terdiri dari persamaan kompleks ril dan imajiner.

$$\left. \begin{aligned} S_{inj} &= V \cdot I^* \\ S_{inj} &= V \cdot Y^* v^* \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Persamaan *mismatch* injeksi daya,

$$\Delta S^t = S_{sch} - S_{inj} \quad (2)$$

Dimana  $V$  dalam format polar dan rectangular,

$$\left. \begin{aligned} V &= |V|e^{j\theta} \text{ (polar)} \\ V &= (e + jf) \text{ (rektangular)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Dan  $V^*$ ,

$$\left. \begin{aligned} V^* &= |V|e^{-j\theta} \text{ (polar)} \\ V^* &= (e - jf) \text{ (rektangular)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Persamaan (1-2) merupakan persamaan *mismatch* aliran daya yang konvensional. Pada metode injeksi arus, *mismatch* injeksi daya direpresentasikan sebagai *mismatch* injeksi arus.

### 2.2. Persamaan *Mismatch* Injeksi Arus Format Polar

#### 2.2.1. Representasi PQ bus

Persamaan *mismatch* injeksi arus untuk PQ bus dapat dilihat seperti berikut[3].

$$\Delta I_i = \frac{P_{sch,i} - jQ_{sch,i}}{V_i^*} - \sum_{j=1}^n Y_{ij} \cdot V_j = 0 \quad (5)$$

Kita ketahui bahwa daya aktif dan daya reaktif merupakan representasi daya dalam bilangan ril dan imajiner, sehingga daya semu merupakan daya kompleks. Dalam bentuk vektor, persamaan daya yang digunakan adalah daya kompleks.

$$S_{sch,i} = P_{sch,i} + jQ_{sch,i} ; (i = n \text{ bus}) \quad (6)$$

Sehingga, persamaan kompleks *mismatch* injeksi arus menjadi,

$$\Delta I_i = \frac{S_{sch,i}^*}{V_i^*} - \sum_{j=1}^n Y_{ij} \cdot V_j = 0 \quad (7)$$

Penyusunan elemen matriks *jacobian* pada format ini sama dengan matriks *jacobian mismatch* injeksi daya[1]. Dalam bentuk vektor, *mismatch* daya aktif direpresentasikan sebagai  $\Delta I_{real}$  dan *mismatch* daya reaktif sebagai  $\Delta I_{imaginer}$ .

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{real} \\ \Delta I_{imaginer} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (8)$$

Pada metode *Newton Raphson* konvensional, operasi derivatif parsial dilakukan pada semua elemen matriks  $H$ ,  $N$ ,  $J$ , dan  $L$ [1]. Sedangkan pada kasus ini, elemen matriks *jacobian* direpresentasikan sebagai bilangan ril dan imajiner dari derivatif parsial persamaan (7) terhadap  $V$  dan  $\theta$ .

Berdasarkan matriks *jacobian* (8),

$$H_{ii} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial \theta_i} real ; H_{i,n} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial \theta_j} real \quad (9)$$

$$J_{ii} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial \theta_i} imag ; J_{i,n} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial \theta_j} imag \quad (10)$$

$$N_{ii} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial V_i} V_i real ; N_{i,n} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial V_j} V_j real \quad (11)$$

$$L_{ii} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial V_i} V_i imag ; L_{i,n} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial V_j} V_j imag \quad (12)$$

### 2.2.2. Representasi PV bus

Ketika format polar yang diadopsi, magnitud tegangan ( $|V|$ ) dan sudut fasa tegangan ( $\theta$ ) pada setiap bus adalah variabel yang harus dihitung. Pada kasus PV bus, nilai magnitud tegangan dan daya aktif sudah diketahui. Bersamaan dengan hal tersebut, nilai daya reaktif pada PV bus tidak dapat langsung dihitung saat substitusi matriks *jacobian*. Setelah proses substitusi matriks *jacobian* mencapai konvergen, nilai daya reaktif PV bus dapat dihitung menggunakan persamaan (7).

Pada matriks *jacobian*, nilai elemen  $L_{ii}$  PV bus direpresentasikan dengan nilai 1 dan elemen *off-diagonal* dari derivatif parsial yang berhubungan dengan PV bus bernilai nol. Hal ini dapat dilihat pada pemetaan matriks *jacobian* format polar pada kasus IEEE 14-bus Test System.

### 2.3. Persamaan Mismatch Injeksi Arus Format Rektangular

#### 2.3.1. Representasi PQ Bus

Dalam format rektangular, operasi derivatif parsial persamaan (7) dilakukan terhadap tegangan ril ( $e$ ) dan tegangan imajiner ( $if$ ).

Penyusunan elemen matriks *jacobian* sama seperti matriks pada persamaan (8), hanya saja vektor kanan untuk format rektangular direpresentasikan dalam bentuk variabel tegangan ril dan imajiner.

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{real} \\ \Delta I_{imaginer} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (13)$$

Berdasarkan matriks *jacobian* (13), maka elemen matriks adalah

$$H_{ii} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial e_i} real ; H_{i,n} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial e_j} real \quad (14)$$

$$J_{ii} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial e_i} imag ; J_{i,n} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial e_j} imag \quad (15)$$

$$N_{ii} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial f_i} real ; N_{i,n} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial f_j} real \quad (16)$$

$$L_{ii} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial f_i} imag ; L_{i,n} = \frac{\partial \Delta I_i}{\partial f_j} imag \quad (17)$$

#### 2.3.2. Representasi PV Bus

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, nilai daya aktif dan magnitud tegangan pada PV bus sudah diketahui, sehingga nilai yang perlu

dihitung adalah nilai daya reaktif dan sudut fasa tegangan. Pada format rektangular,  $\Delta I_{imaginer}$  PV bus direpresentasikan sebagai *mismatch* tegangan ( $\Delta V_i^2$ ) pada PV bus.

Elemen *off-diagonal* ( $i \neq k$ ) pada baris PV bus semuanya bernilai nol dan untuk bus  $i = k$  (elemen diagonal). Jika PV bus berada pada bus  $i$ , maka susunan elemen matriks *jacobian* menjadi,

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{real} \\ \Delta V_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ 2e & 2jf \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (18)$$

### 3. METODOLOGI

Metodologi pada penelitian ini terdiri dari beberapa bagian, yaitu pengumpulan dan pengolahan data, perhitungan analisis aliran daya, dan analisis perbandingan kinerja format polar dan format rektangular.

#### 3.1. Pengumpulan dan Pengolahan Data

Data pada penelitian ini diambil dari [7]. Format data IEEE 14-bus Test System masih dalam format IEEE. Pada kondisi ini, program untuk membaca data diedit sedemikian rupa agar dapat mengolah data dalam format IEEE. Data yang diolah adalah impedansi saluran dan transformator, parameter *slack bus*, parameter PV bus, dan parameter PQ bus.

#### 3.2. Perhitungan Analisis Aliran Daya

Perhitungan dilakukan menggunakan metode injeksi arus format polar dan rektangular dalam bentuk vektor. Vektorisasi pada perhitungan sudah dalam satu paket *library* program *python*. Berikut langkah-langkah perhitungan.

1. Menghitung dan membentuk matriks admitansi saluran ( $Y_{bus}$  matriks).
2. Menentukan nilai awal tegangan pada setiap bus yang belum diketahui nilai tegangannya. Nilai tegangan awal adalah 1 p.u.
3. Menghitung setiap elemen derivatif parsial (9-12 ; polar) atau (14-17 ; rektangular). Kemudian membentuk matriks *jacobian*.
4. Melakukan substitusi matriks *jacobian* dari iterasi pertama hingga substitusi mencapai konvergen. Substitusi matriks menggunakan paket *library* program agar perhitungan lebih efektif dan efisien.
5. Pada setiap iterasi,  $\Delta I_i$  format polar dan rektangular akan melakukan *updating* hingga

$\Delta I_i$  bernilai lebih kecil dari toleransi (0.00001). Pada kondisi ini,  $\Delta I_i$  masing-masing format akan mencapai di bawah nilai toleransi pada iterasi yang berbeda. Perbandingan performansi dari kedua format perhitungan adalah pada jumlah iterasi yang dibutuhkan hingga nilai  $\Delta I_i <$  toleransi dan lama waktu perhitungan hingga memperoleh hasil.

6. Saat perhitungan sudah mencapai konvergen, program menampilkan nilai magnitud tegangan, sudut fasa tegangan, dan aliran daya pada setiap *bus* dalam bentuk tabel.

### 3.3. Analisis Perbandingan Kinerja Format Polar dan Format Rektangular

Ketika program dijalankan, maka akan terbaca jumlah iterasi, nilai hasil perhitungan, dan kecepatan perhitungan. Dengan demikian, dapat dilihat metode injeksi arus dengan format manakah yang lebih handal untuk menghitung aliran daya. Namun, perlu diketahui penyebab perbedaan performansi dari masing-masing format. Pada penelitian ini, penulis melakukan analisa pada persamaan derivatif parsial dan kondisi elemen matriks *jacobian*.

## 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

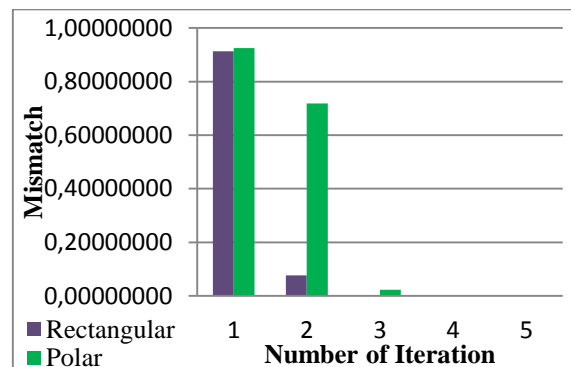
Tabel 1. Perbandingan Performansi Metode Injeksi Arus Format Polar dan Rektangular Dalam Bentuk Vektor

Test-Case	Number of Iteration	
	Polar	Rektangular
IEEE 14 Bus	5	4
	Computing Time (s)	
	Polar	Rektangular
	0,301805973	0,058666945
	Mismatch Steps	
	Polar	Rektangular
	0,92472676	0,91280735
	0,71781420	0,07601470
	0,02296356	0,00121070
	0,00001548	0,00000043
	0,00000000	-

Percobaan telah dilakukan terhadap studi kasus *IEEE 14-bus Test Case*[7] untuk mengevaluasi performansi metode injeksi arus dalam bentuk vektor. Perhitungan dilakukan

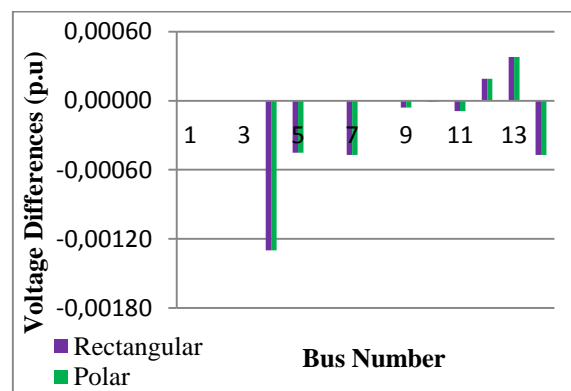
menggunakan komputer dengan spesifikasi kecepatan Processor 1,5 GHz dan 2 GB RAM. Berdasarkan hasil percobaan dapat dilihat performansi antara format polar dan rektangular.

Metode injeksi arus format rektangular dapat menyelesaikan perhitungan lebih cepat dibandingkan format polar, yaitu dengan jumlah maksimal 4 iterasi dan kecepatan perhitungan 0,058666945 detik. Perubahan *mismatch* format rektangular pada setiap iterasi terlihat lebih signifikan dibandingkan format polar. Hal ini dapat dibuktikan berdasarkan grafik perbandingan konvergensi berikut.



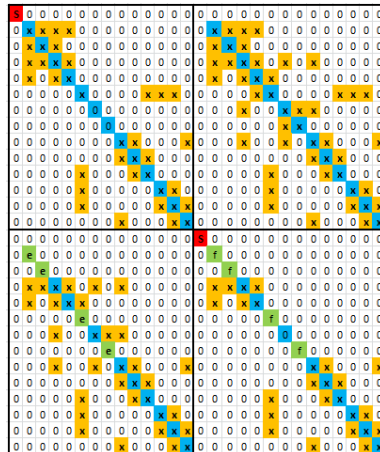
Gambar 1. Perbandingan konvergensi format polar dan rektangular pada kasus *IEEE 14-bus*.

Nilai tegangan hasil perhitungan pada penelitian ini juga perlu dibandingkan dengan nilai data tegangan hasil perhitungan pada kasus *IEEE 14-bus*. Berikut selisih nilai tegangan dari dua format perhitungan terhadap nilai data tegangan *IEEE 14-bus Test System*[7].

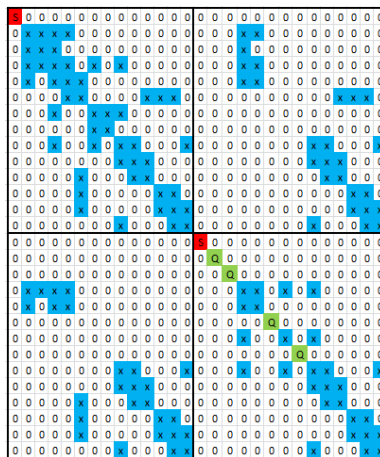


Gambar 2. Selisih nilai tegangan hasil perhitungan terhadap data tegangan *IEEE 14 Bus Test Case*.

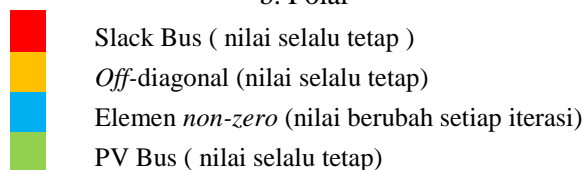
Berdasarkan Gambar 2, kedua metode memiliki tingkat ketelitian yang sama. Selisih nilai tegangan hasil perhitungan untuk kasus *IEEE 14-bus* masih dapat ditoleransi karena selisih nilai yang sangat kecil. Selisih terbesar ada pada *bus 4*, yaitu 0,0013 p.u.



a. Rektangular



b. Polar



Gambar 3. Pemetaan elemen matriks *jacobian* format rektangular (a), format polar (b).

Setelah dilakukan percobaan, performansi antara kedua format perhitungan sangat terlihat jelas, bahwa metode injeksi arus format rektangular dalam bentuk vektor memiliki performa yang lebih baik dibandingkan metode injeksi arus format polar. Hal ini dikarenakan

elemen *off-diagonal mismatch* injeksi arus format rektangular adalah admitansi jaringan (Y), sehingga nilai dari komponen *off-diagonal* matriks *jacobian* akan selalu tetap setiap iterasi. Perlu diketahui bahwa, pada metode iteratif *Newton Raphson*, nilai tegangan (V) akan selalu berubah setiap iterasi hingga *mismatch* injeksi arus dibawah nilai batas toleransi (konvergen). Persamaan derivatif *off-diagonal mismatch* injeksi arus pada format polar masih terdapat variabel tegangan (V), sehingga setiap iterasi nilai elemen *off-diagonal* matriks *jacobian* akan selalu berubah dan mempengaruhi kecepatan perhitungan, serta jumlah iterasi. Hal ini, dapat dilihat berdasarkan pemetaan elemen matriks *jacobian* pada kasus *IEEE 14-bus Test System*.

Pemetaan elemen matriks *jacobian* metode injeksi arus format polar dan rektangular dalam bentuk vektor dapat dilihat pada Gambar 3.

## 5. KESIMPULAN

Pada penelitian ini, metode injeksi arus format polar dan rektangular dalam bentuk vektor dapat menyelesaikan perhitungan pada kasus *IEEE 14 Bus* hingga konvergen dengan selisih nilai tegangan tidak lebih dari 0,0013 p.u.. Berdasarkan kecepatan perhitungan, jumlah iterasi, dan tingkat konvergensi, performa perhitungan metode injeksi arus bentuk vektor dalam format rektangular lebih handal dibandingkan perhitungan dalam format polar. Perhitungan selesai dalam waktu 0,058666945 detik dengan 4 iterasi.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Wang, Xi-Fan, Song, Yonghua dan Irving, Malcolm. *Modern Power System Analysis*. New York : Springer Science-Business Media, LLC, 2008.
- [2]. Tinney, W.F, E. Hart, Clifford. *Power Flow Solution by Newton's Method*. s.l. : IEEE Transaction On Power Apparatus and System, November 1967, Vol. Pas-86, No. 11.
- [3]. M da Costa, Vander, Martins, Nelson, Luiz R. Pereira, Jose. *Developments in The Newton Raphson Power Flow Formulation Based on Current Injections*. November 1999, IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 14, No. 4, pp. 1320-1326.

- [4]. Alvarado, Fernando L. Wisconsin : *Solving Power Flow Problems with a Matlab Implementation of the Power System Applications Data Dictionary*. IEEE Transactions on Power Systems, 1999.
- [5]. B. Stott, O. Alsac. *Fast Decoupled Load Flow*. May 1974, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol.-93, No. 3, pp. 859-862.
- [6]. A.G. Exposito, E.G. Ramos, I. Dzafic. *Hybrid Real-Complex Current Injection-Based Load Flow Formulation*. February 2015, Electrical Power System Research, Vol. 119, pp. 237-246.
- [7]. Christie, Rich. *Power System Test Archive*. [Online] August 1995. [Cited: 04 12,2017.] <http://www2.ee.washington.edu/research/pstca/>.
- [8]. E Jones, E Oliphant, P Peterson, et al. SciPy: Open Source Scientific Tools for Phyton. [Online] 2001. [Cited: 04 15, 2017.] <http://www.scipy.org/>.
- [9]. S. Van der Walt, S.C. Colbert, G. Varoquaux. *The NumPy Array: A Structure for Efficeint Numerical Computation*. March 2011, Computing in Science and Engineering, Vol. 13, No. 2, pp. 22-30.

#### **Biodata Penulis**

**Ahmad Wira Satriawan**, Lahir di kota Prabumulih tahun 1995. Asisten laboratorium Sistem Tenaga Elektrik periode 2016-2017. Menerima gelar Sarjana Teknik dari Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Lampung pada tahun 2017.

**Dr. Eng. Lukmanul Hakim. S.T., M.Sc.**, Menerima gelar Sarjana Teknik di Universitas Sriwijaya Palembang pada tahun 1996. Kemudian, pada tahun 1999, menyelesaikan studi S2 dan mendapat gelar M.Sc. di Universitas Manchester, United Kingdom. Memulai bekerja sebagai staff pengajar di Universitas Lampung pada tahun 2000. Menerima gelar Dr. saat *study-leave* S3 di Universitas Hiroshima tahun 2007.

**Khairudin. S.T., M.Sc., Ph.D., Eng.**, Menerima gelar Sarjana Teknik di Universitas Sriwijaya Palembang pada tahun 1995. Gelar M.Sc diperoleh saat studi S2 di Universitas Manchester tahun 1999. Mulai bekerja di Universitas Lampung sebagai staff pengajar pada tahun 2000. Menyelesaikan *studi-leave* S3 di *Kyushu Institute of Technology*, Jepang dan menerima gelar Ph.D. pada tahun 2016.